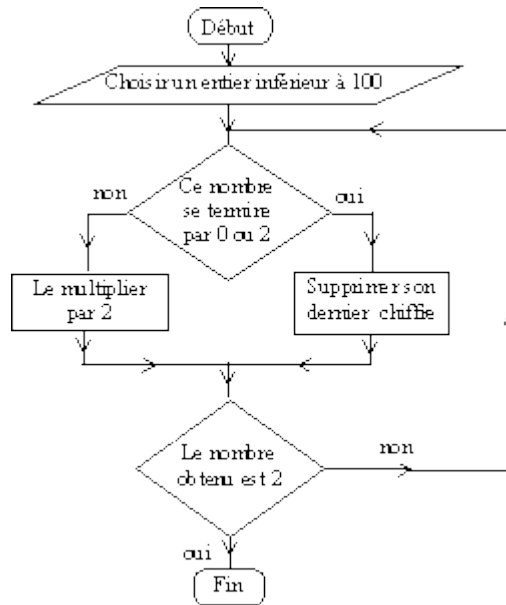


Rallye 1998

Épreuve Officielle

Exercice n° 1 : (8 points)

Quitte ou double



- 1) Appliquer cet algorithme aux entiers 19, 29 et 43. Que remarque-t-on ?
- 2) Déterminer tous les entiers compris entre 1 et 100 pour lesquels l'algorithme "tourne" indéfiniment.

Exercice n° 2 : (5 points)

On the road again

Le pilote d'un avion de tourisme voulait suivre une route de A vers B. Après 20 minutes de vol, il s'aperçoit à l'aide de ses instruments de radio-navigation, qu'il n'a pas bien calculé son cap et qu'il suit une route de A vers C située 10 degrés à gauche de la route souhaitée (AB). Pour rejoindre cette dernière, il effectue un virage de 20 degrés à droite puis suit cette nouvelle route.

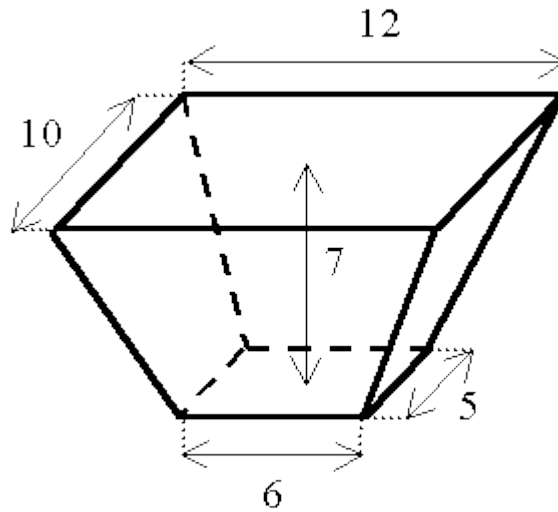
**Dans combien de temps le pilote aura-t-il rejoint la route (AB) ?
Combien de temps aura-t-il perdu ?**

Dans cet exercice, on suppose :

- que le vol est effectué à altitude et vitesse constantes ;
- que toutes les routes suivies sont rectilignes et que le vent est nul.

Exercice n° 3 :(5 points)

Exercice spécial troisième
D'après Bhaskara



Bhaskara donne en toutes lettres sa méthode de calcul : " La somme des aires des bases et de l'aire d'un rectangle de largeur la somme des largeurs des bases et de longueur la somme des longueurs des bases, étant divisée par six puis multipliée par la profondeur, donne le volume ".

Calculer le volume de cette excavation par la méthode de Bhaskara.

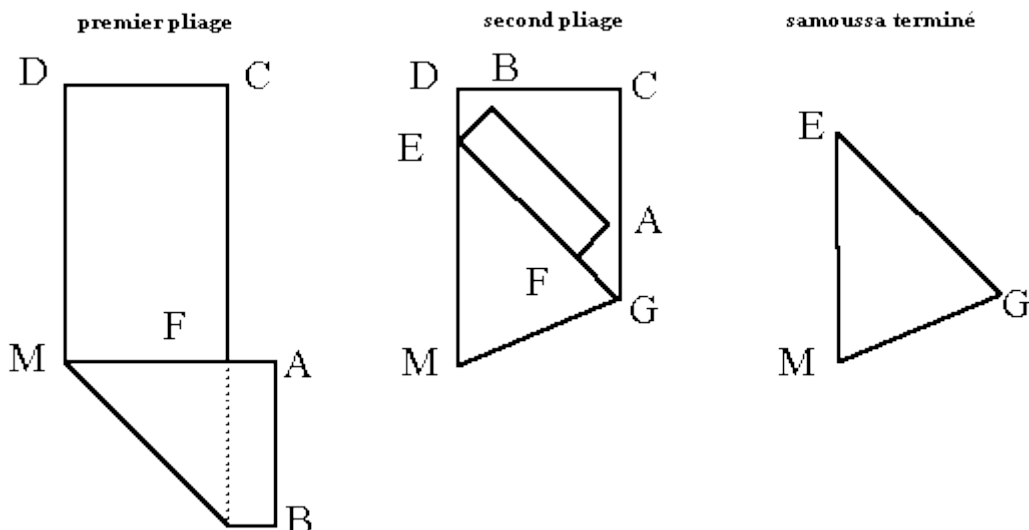
Calculer le volume de ce tronc de pyramide en le considérant comme la différence des volumes de deux pyramides.

Comparer les deux résultats.

Exercice n° 3 : (5points)

Exercice spécial seconde
Samoussa

Un samoussa (petit beignet asiatique) est réalisé par pliages successifs d'une bande de pâte rectangulaire ABCD (AB = 7 cm et AD = 21 cm) posée sur une surface plane suivant le modèle ci-dessous :



M est un point du segment [AD] tel que $AM > AB$.

Le premier pliage s'effectue de manière à ce que les droites (MA) et (MD) soient perpendiculaires. Le second pliage consiste à amener le segment [ME] sur la droite (MD), le point E appartenant au segment [MD].

Ces deux pliages réalisés, on obtient une " poche " correspondant au triangle EMG. La partie extérieure à cette poche, composée des quadrilatères EDCG et EABF, est rentrée à l'intérieur de la poche.

- 1) Pour quelles valeurs de la distance AM, le samoussa est-il réalisable ?
- 2) Pour quelles valeurs de la distance AM, le samoussa a-t-il l'aire la plus grande possible ?

Exercice n° 4 : (5 points)

1998

Quel est le plus petit entier de 1998 chiffres dont la somme des chiffres est égale à 1998 ?

Exercice n° 5 : (5 points)

Juliette ou Lucienne?

AUDE	AURELIE	AXEL	CYPRIEN
ESTHER	FREDERIC	FULBERT	GUY
GWENAEL	GWLADIS	HORTENSE	JOSIANE
JULIA	JULIETTE	LUCE	LUCIENNE
LYDIE	MUGUETTE	MURIEL	NORBERT
RUTH	YVELINE	YVON	

Pour chercher le prénom " moyen " de ce groupe de personnes, on code les lettres de l'alphabet de la manière suivante :

$$A \rightarrow 1 ; B \rightarrow 2 ; C \rightarrow 3 \dots Z \rightarrow 26.$$

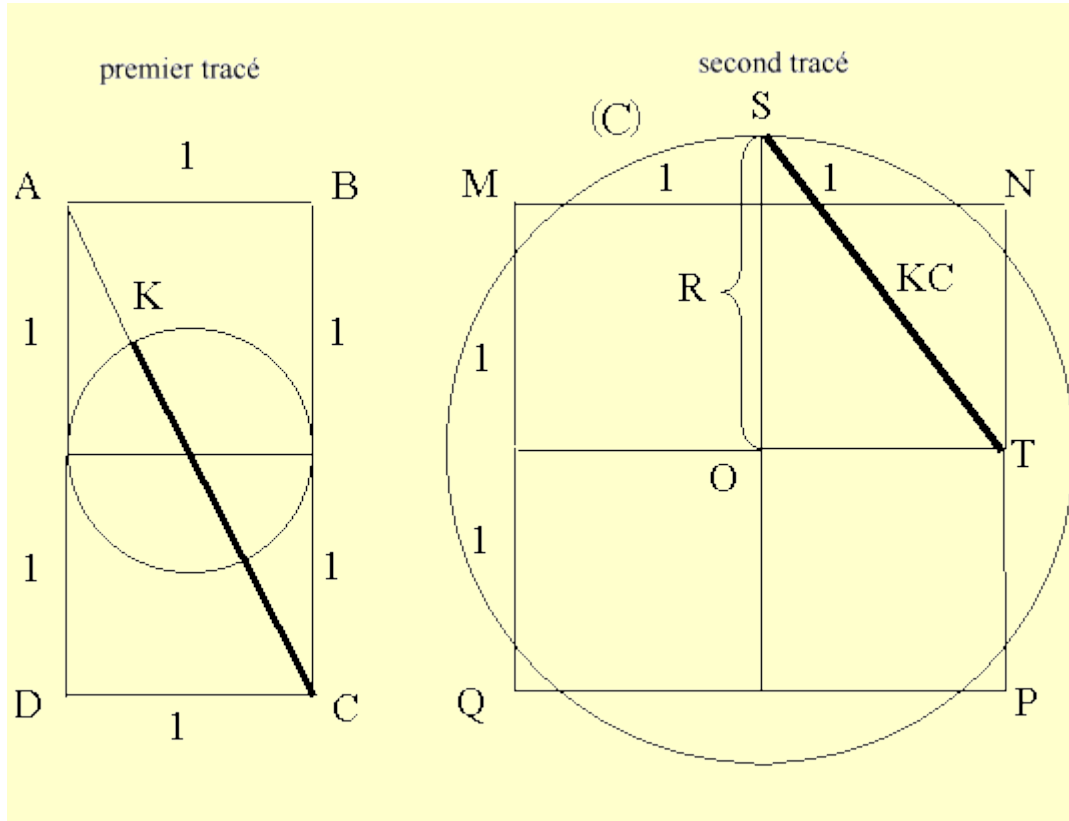
En codant la première lettre de chaque prénom et en faisant la moyenne, arrondie à l'unité, de ces codes, on trouve un nombre " moyen " qui correspond à une lettre de l'alphabet. En refaisant le même travail pour la seconde lettre de chaque prénom, on obtiendra une seconde lettre " moyenne " et ainsi de suite...

Quel est le prénom " moyen " de ce groupe ?

Exercice n° 6 : (5 points)

L'art d'arrondir les angles

Les Compagnons du Devoir, en réalisant leurs travaux pratiques, nous ont laissé les constructions ci-dessous.



Le premier tracé permet d'obtenir la longueur KC nécessaire au second tracé.

Comparer les aires du carré MNPQ et du cercle (C) .

Comparer leurs périmètres.

Quel était le but recherché par ces compagnons ?

Exercice n° 7 : (5 points)

Tricolore

Sur trois pions bleus sont inscrits trois nombres entiers x , y et z tels que $0 < x < y < z$.

Sur trois pions verts sont inscrits ces mêmes trois nombres et sur trois pions rouges sont inscrits également ces mêmes trois nombres.

On les dispose dans une grille 3x3 en mettant les bleus sur la première ligne, les verts sur la deuxième, les rouges sur la troisième et en plaçant le pion rouge portant le nombre y dans la case de gauche.

Le total de la première colonne est 20, celui de la deuxième est 10 et celui de la troisième est 9.

Attribuer aux pions leurs valeurs et les disposer dans la grille.

Exercice n° 8 : (5 points)

Jour J

a) Trouver les trois plus petits entiers dont le carré commence par les chiffres 1 9 9 8 ...

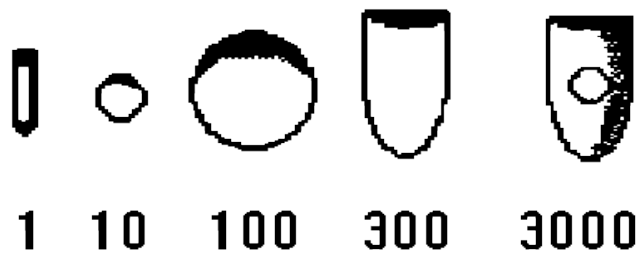
b) Trouver le plus petit entier dont le carré commence par :

2 4 0 3 1 9 9 8 ...

Exercice n° 9 : (5 points)

Le secret des Élamites

L'un des plus anciens systèmes de numération et le moins bien connu est celui des élamites datant d'environ 3 000 ans avant J.C. Malgré tout, il a été possible de déchiffrer les symboles suivants :



Il reste à déchiffrer



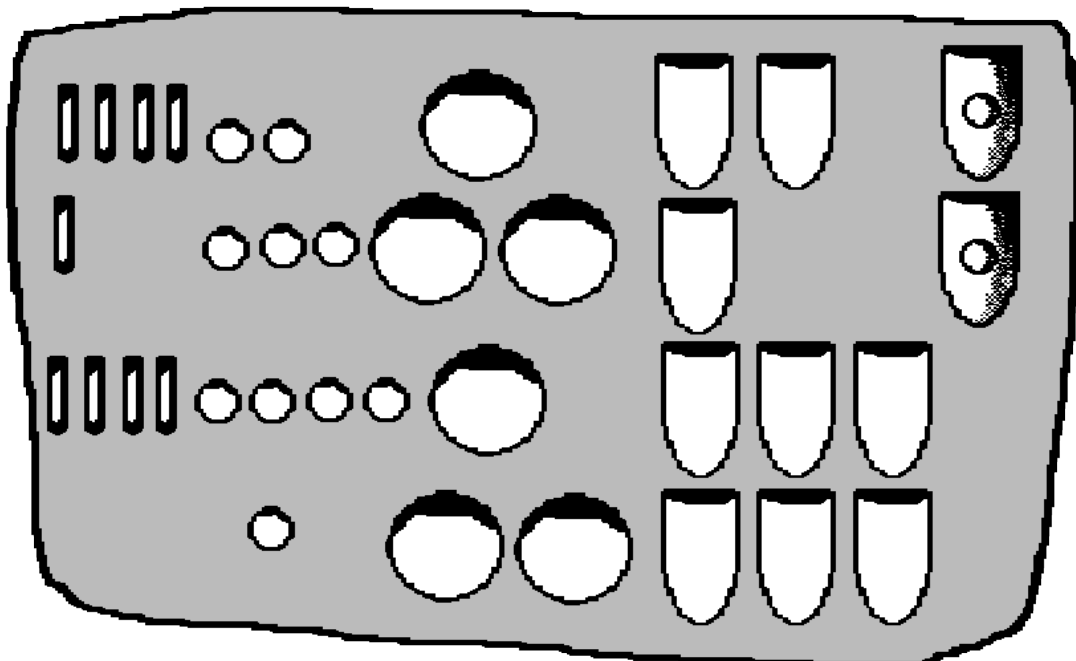
Les tablettes comptables présentent côté face la suite des nombres à ajouter et côté revers le total correspondant. Les symboles sont placés côte à côte dans l'ordre croissant et le système est additif.

Exemple :



$$1+1 +10 +10 +10 + 100 + 100 + 300 = 532$$

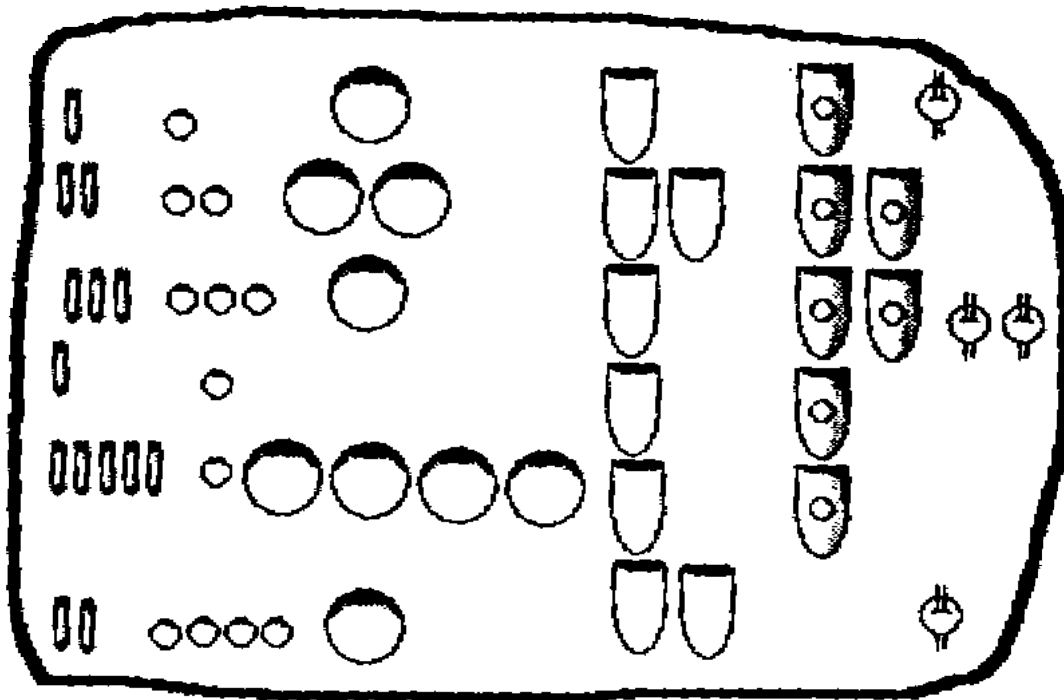
1) Donner le revers de la tablette de face ci-dessous :



2) Voici une tablette complète (face et revers)
qui permettrait de donner une valeur au symbole



face :



revers :



Mais voilà le scribe s'est trompé, l'un des symboles du revers est mal sculpté.
Corriger l'erreur et trouver la valeur du symbole.



Exercice n° 10 : (5 points)

Mathagoshi

Mathagoshi est un animal virtuel ainsi programmé :

- il doit s'exercer au calcul mental toutes les deux heures, à l'algèbre toutes les trois heures, à la géométrie toutes les quatre heures et à un exercice du Rallye mathématique toutes les cinq heures ;

- il sonne à chaque fois qu'il doit s'exercer (*1 ou 2 ou 3 ou 4 fois suivant le nombre de ses obligations du moment*).

Arthur a reçu Mathagoshi un samedi pour son anniversaire et l'a mis en route à 14 h 30. La semaine suivante, il l'emmène au collège et se le fait confisquer par un professeur, suite à une triple sonnerie de Mathagoshi pendant son cours.

C'était la première fois qu'il sonnait trois fois pendant un cours. Arthur a des cours d'une heure de 8 h à 12 h et de 14 h à 17 h tous les jours sauf mercredi, samedi et dimanche.

Quel jour et à quelle heure s'est-il fait confisquer Mathagoshi ?

A quelles activités Mathagoshi devait-il alors s'exercer ?

Exercice n° 11 : (12 points)

QCM

QCM 1	<p>Un sondage auprès de jeunes fait ressortir les résultats suivants :</p> <ul style="list-style-type: none">-un jeune sur quatre n'utilise que des stylos à bille ;-22 % des jeunes n'utilisent que des stylos à encre ;-1551 jeunes interrogés utilisent les deux ;-les autres, un jeunes sur cinq, n'utilisent aucun des deux. <p>Le nombre de jeunes interrogés est :</p> <p>(A) 2315 (B) 2900 (C) 3300 (D) 4700 (E) 6204</p>
QCM 2	<p>Cette année, mon âge est le triple de la somme des chiffres de mon année de naissance.</p> <p>Mon âge est :</p> <p>(A) 48 ans (B) 50 ans (C) 51 ans (D) 54 ans (E) 60 ans</p>
QCM 3	<p>En 1995, le taux de TVA sur le prix HT d'un article est passé de 18,6% à 20,6%.</p> <p>De ce fait, le prix TTC de cet article a augmenté d'environ :</p> <p>(A) 1,11% (B) 1,66% (C) 1,69% (D) 2% (E) 10,75%</p>
QCM 4	<p>Une boule de diamètre 3 cm pèse 54 g.</p> <p>Une boule de même densité et de diamètre 1 cm pèse, en grammes :</p> <p>(A) 2 (B) 6 (C) 9 (D) 18 (E) 27</p>
QCM 5	<p>Le tiers du carré de 3^{150} est :</p> <p>(A) 1^{300} (B) 3^{99} (C) 3^{100} (D) 3^{200} (E) 3^{299}</p>
QCM 6	<p>Sur la surface d'un lac, un orage déverse 40 litres d'eau par m^2.</p> <p>Les eaux du lac s'élèvent, en cm, d'une hauteur de :</p> <p>(A) 0,04 (B) 0,4 (C) 4 (D) 40 (E) cela dépend de la surface du lac</p>

Exercice n° 12 : (5 points)

Exercice spécial seconde

Non droit s'abstenir

Dessiner un triangle rectangle ; construire son cercle circonscrit et son cercle inscrit.

Comparer la somme des côtés de l'angle droit à la somme des diamètres des cercles inscrit et circonscrit.

Exercice n° 13 : (8 points)

Exercice spécial seconde

Six clics

Un nombre de six chiffres est dit cyclique si, lorsqu'on le multiplie par chacun des entiers de 1 à 6 on obtient des nombres de six chiffres formés avec les mêmes chiffres que celui-ci.

Soit un nombre cyclique de six chiffres se terminant par 7.

Quels sont les chiffres qui le composent ?

Quel est son chiffre des centaines de mille ?

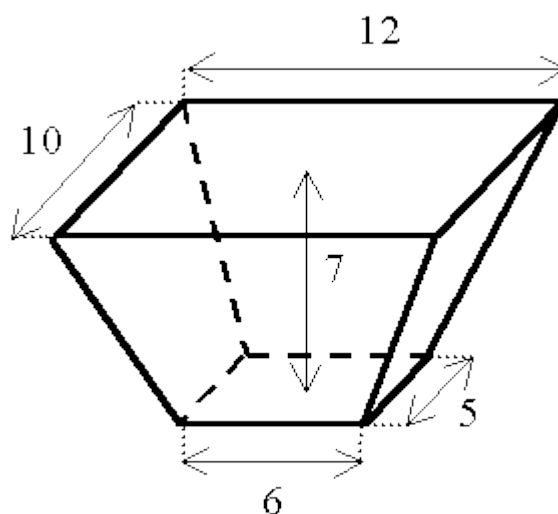
Quel est ce nombre ?

Exercice n° 13 : (12 points)

Exercice spécial seconde

D'après Bhaskara

Le mathématicien hindou Bhaskara (xII^e siècle) explique, dans son traité " La Lilavati ", comment calculer le contenu d'une excavation en forme de tronc de pyramide à bases rectangulaires parallèles dont les dimensions sont celles de la figure ci-dessous.



1) Bhaskara donne en toutes lettres sa méthode de calcul : " La somme des aires des bases et de l'aire d'un rectangle de largeur la somme des largeurs des bases et de longueur la somme des longueurs des bases, étant divisée par six puis multipliée par la profondeur, donne le volume ".

Calculer le volume de cette excavation par la méthode de Bhaskara.

Calculer le volume de ce tronc de pyramide en le considérant comme la différence des volumes de deux pyramides.

Comparer les deux résultats.

2) Recommencer le même travail avec une grande base de dimensions 12 et 10, une petite base de dimensions 9 et 7,5 et une profondeur de 8.

3) D'une manière plus générale, on considère une excavation de profondeur h dont les dimensions de la grande base sont B et b et celles de la petite base $k.B$ et $k.b$, k étant un réel compris entre 0 et 1.

Calculer son volume par les deux méthodes précédentes.

La méthode de Bhaskara est-elle valable ?